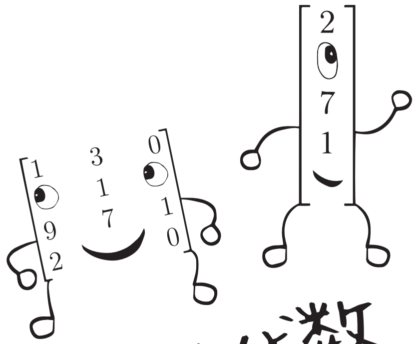
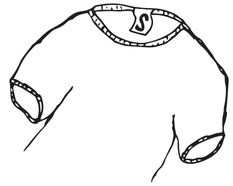


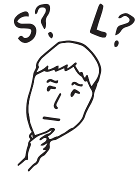
線形代数

基礎のキ

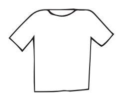
Tシャツのタグに S、M、L がよく書かれているよね。



S、M、L の文字だけなら
いろんな意味を
持てるはずなんだ。



でも、Tシャツのタグに
書かれているとどうかな？この文脈だと、
1文字だけで、Tシャツのサイズを
表現できているよね。

S +  = 小

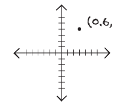
ベクトル

ベクトルは、ただ順番に並んでいる数字の列だよ

$$\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}\pi\\0\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2019\\6\\28\end{bmatrix}$$

何の文脈もなければ、
このベクトルは
何にでもなれる！ $\begin{bmatrix}0.6\\0.8\end{bmatrix}$

座標？



$f(x) = 0.6x + 0.8$ 多項式？

量子状態？ $0.6\,|0\rangle + 0.8\,|1\rangle$

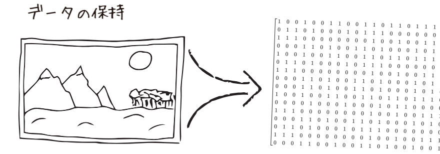
行列

行列は、ただ2次元に順番に並んでいる
数字の集まりだよ

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\0 & 1 & 0\end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix}2 & 4\\-3 & 8\end{bmatrix}$$

ベクトルと同じように、
行列もいろんな意味を持てるよ

データの保持



行列は、ベクトルを変換する演算子にもなれるよ

$$\underset{\text{変換前のベクトル}}{\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}} \rightarrow \overset{\text{演算子}}{\begin{bmatrix}0 & 2\\-2 & 0\end{bmatrix}} \rightarrow \underset{\text{変換後のベクトル}}{\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}}$$

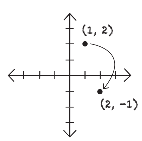
行列の乗算

行列と1つのベクトルを掛け合わせることで、
そのベクトルを
別のベクトルへ変換することができるよ

$$\underset{\text{演算子}}{\begin{bmatrix}a & b\\c & d\end{bmatrix}} \overset{\text{乗算の記号}}{\times} \underset{\text{変換前のベクトル}}{\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}} = \underset{\text{変換後のベクトル}}{\begin{bmatrix}ax+by\\cx+dy\end{bmatrix}}$$

例えば、90°の回転は、
このような行列で表せるよ

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix}$$



点 (1, 2) を回転すると；

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\-1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\times1+1\times2\\-1\times1+0\times2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$$

(乗算の記号を書かないことが多いんだ)

量子ゲート

量子ビットは、ベクトルで表現できるよ。
量子ゲートは、量子ビットを変換させるよ。

$$-\boxed{X}- \rightsquigarrow \begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}$$

つまり、量子ゲートは行列で表せるよね。

ゲート X を、量子ビット $0.6\,|0\rangle + 0.8\,|1\rangle$ に
作用させたらどうなるかを
見てみよう

$$\underset{-\boxed{X}-}{\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}}\begin{bmatrix}0.6\\0.8\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\times0.6+1\times0.8\\1\times0.6+0\times0.8\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}0.8\\0.6\end{bmatrix}$$

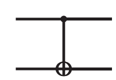
$$= 0.8\,|0\rangle + 0.6\,|1\rangle$$

より大きな行列

より大きなベクトルを変換するには、
より大きな行列を使う必要があるよ。

$$\begin{bmatrix}a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n}\\a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n}\\\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \cdots + a_{1,n}x_n\\a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 + \cdots + a_{2,n}x_n\\\vdots\\a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + \cdots + a_{n,n}x_n\end{bmatrix}$$

CNOTゲートは2つの量子ビットを変換するよ。
だから、4×4 の行列で表そう！



$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

やってみよう！

計算してみて；

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 1 & 0 & 0\\0 & 0 & 0 & 1\\0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

答え：$\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}$

量子コンピューティングについてもっと知りたいならこちら

https://www.epiqc.cs.uchicago.edu/resources/

May 2023

Translated by QCSC, Kyushu University, Japan

This work is funded in part by EPiQC,
an NSF Expedition in Computing,
under grant 1730449

AN NSF EXPEDITION IN COMPUTING
EPiQC
https://www.epiqc.cs.uchicago.edu/